

EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR
8 iulie 2025

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 2

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m + 2$, unde m este număr real nenul.
- 7p a) Arătați că -1 este soluție a ecuației $f(x) = 0$, pentru orice număr real nenul m .
- 8p b) Demonstrați că, pentru orice număr real nenul m , vârful parabolei asociate funcției f aparține dreptei de ecuație $y = x + 1$.
2. Se consideră pătratul $ABCD$. Punctele E și F sunt mijloacele laturilor AB , respectiv BC , iar dreptele DE și AF se intersectează în punctul N .
- 7p a) Arătați că dreptele AF și DE sunt perpendiculare.
- 8p b) Demonstrați că triunghiul CNB este isoscel.
3. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$.
- 7p a) Arătați că -2 este simetricul lui 2 în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.
- 8p b) Determinați numerele întregi n pentru care $\sqrt[3]{7} * n > n + 1$.
4. Se consideră funcția $f: (-4, 4) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \sqrt{16 - x^2}$.
- 7p a) Arătați că funcția f este convexă.
- 8p b) Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 2$ și $x = 2\sqrt{3}$ are aria mai mică decât $\frac{5}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a VII-a.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VII-a
1.4. Identificarea patrulaterelor particulare în configurații geometrice date - Identificarea patrulaterelor pe corpuri geometrice sau pe desfășurări ale acestora - Recunoașterea patrulaterelor în cotidian (în sala de clasă, mediul înconjurător etc.) - Identificarea patrulaterelor particulare în mediul înconjurător - Identificarea paralelogramelor particulare într-o reprezentare geometrică dată - Identificarea pătratelor dintr-o mulțime de dreptunghiuri și romburi
2.4. Descrierea patrulaterelor utilizând definiții și proprietăți ale acestora, în configurații geometrice date - Recunoașterea patrulaterelor convexe în configurații geometrice date - Descrierea unor proprietăți ale laturilor, unghiurilor și diagonalelor unor patrulatere particulare - Recunoașterea paralelogramelor particulare pe baza unor proprietăți precizate - Recunoașterea trapezului isoscel sau a trapezului dreptunghic

3.4. Utilizarea proprietăților patrulaterelor în rezolvarea unor probleme

- Demonstrarea proprietăților paralelogramelor particulare utilizând metode variate
- Utilizarea definiției și a proprietăților liniei mijlocii în trapez în rezolvarea de probleme
- Utilizarea liniei mijlocii pentru a demonstra paralelismul unor drepte
- Justificarea unor proprietăți ale patrulaterelor pe baza simetriei

4.4. Exprimarea în limbaj geometric a noțiunilor legate de patrulare

- Construcția cu ajutorul instrumentelor geometrice a unor patrulare utilizând definiția sau proprietăți ale acestora
- Transpunerea în desen a unei configurații geometrice referitoare la patrulare descrise matematic
- Evidențierea liniei mijlocii în trapez pe baza definiției/proprietăților acesteia
- Evidențierea centrelor/axelor de simetrie pentru patrularele studiate
- Caracterizarea tipului de simetrie pentru patrularele studiate

5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii

- Rezolvarea unor probleme utilizând proprietățile paralelogramelor particulare și ale trapezului
- Analizarea unor metode alternative de rezolvare a problemelor de geometrie utilizând proprietăți ale patrulaterelor particulare
- Determinarea axei/centrului de simetrie a/al unei figuri (intuitiv sau/și prin demonstrație)
- Analizarea și construcția unor figuri cu simetrie axială sau centrală
- Deducerea formulei ariei unui paralelogram, folosind formula ariei dreptunghiului
- Deducerea formulei ariei unui triunghi, folosind formula ariei paralelogramului

6.4. Modelarea unor situații date prin reprezentări geometrice cu patrulare

- Analizarea unei situații practice care necesită aplicarea proprietăților patrulaterelor particulare studiate
- Observarea diferenței dintre condițiile necesare și cele suficiente pentru ca un paralelogram să fie un paralelogram particular
- Estimarea perimetrului unui poligon sau a ariei unui poligon prin descompunere în figuri cunoscute

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Geometrie	4. PATRULATERUL • Patrulaterul convex; suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex • Paralelogramul: proprietăți; aplicații în geometria triunghiului: linie mijlocie în triunghi, centrul de greutate al unui triunghi • Paralelorame particulare: dreptunghi, romb, pătrat; proprietăți • Trapezul, clasificare, proprietăți; linia mijlocie în trapez; trapezul isoscel, proprietăți • Perimetre și arii: paralelogram, paralelorame particulare, triunghi, trapez

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Pentru o evaluare la finalul unității de învățare „Patrulaterul”, folosind informațiile din secvența precedentă, elaborați trei itemi: un *item de tip completare*, un *item de tip alegere multiplă* și un *item de tip rezolvare de probleme*.

În elaborarea itemilor veți avea în vedere următoarele aspecte:

- menționarea competenței specifice evaluate;
- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat;
- respectarea formatului fiecărui tip de item elaborat;
- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare);
- corectitudinea științifică a informației de specialitate.

EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

8 iulie 2025

Probă scrisă

MATEMATICĂ

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 2

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

1.	a) $f(-1) = m(-1)^2 + 2(m+1)(-1) + m + 2 =$ $= m - 2m - 2 + m + 2 = 0$, pentru orice număr real nenul m , deci -1 este soluție a ecuației $f(x) = 0$	3p 4p
	b) $x_V = -\frac{m+1}{m}$, pentru orice număr real nenul m $y_V = -\frac{1}{m}$, pentru orice număr real nenul m Obținem $y_V = x_V + 1$, deci V , vârful parabolei, aparține dreptei de ecuație $y = x + 1$, pentru orice număr real nenul m	3p 3p 2p
2.	a) $\triangle DAE \equiv \triangle ABF \Rightarrow \sphericalangle ADE \equiv \sphericalangle EAN$ $\sphericalangle ADE + \sphericalangle AEN = 90^\circ$, de unde obținem $\sphericalangle EAN + \sphericalangle AEN = 90^\circ$, rezultă că $\sphericalangle ANE = 90^\circ$, deci $AF \perp DE$	3p 4p
	b) $AF \cap DC = \{M\}$ și, cum F este mijlocul segmentului BC , iar $FC \parallel AD$, rezultă că FC este linie mijlocie în $\triangle AMD \Rightarrow C$ este mijlocul segmentului DM CN este mediană în triunghiul DNM , dreptunghic în N	3p 2p
	$CN = \frac{DM}{2} = DC$, deci $CN = BC$, de unde obținem că $\triangle CNB$ este isoscel	3p
3.	a) $x * 0 = 0 * x = x$, pentru orice număr real x , deci $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ” $(-2) * 2 = \sqrt[3]{-8+8} = 0$ și $2 * (-2) = \sqrt[3]{8-8} = 0$, deci -2 este simetricul lui 2 în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”	3p 4p
	b) $\sqrt[3]{7} * n = \sqrt[3]{7+n^3}$, pentru orice număr întreg n $\sqrt[3]{7+n^3} > n+1 \Leftrightarrow n^2 + n - 2 < 0$	3p 2p
	$n \in (-2, 1)$ și, cum n este număr întreg, obținem $n = -1$ și $n = 0$	3p
4.	a) $f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}$, $x \in (-4, 4)$	2p
	$f''(x) = \frac{\sqrt{16-x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}}}{16-x^2} = \frac{16}{(16-x^2)\sqrt{16-x^2}}$, $x \in (-4, 4)$	3p
	$f''(x) \geq 0$, pentru orice $x \in (-4, 4)$, de unde obținem că funcția f este convexă	2p

b) Cum $f(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [2, 2\sqrt{2}]$ și $f(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [2\sqrt{2}, 2\sqrt{3}]$, obținem $\mathcal{A} = \int_2^{2\sqrt{3}} f(x) dx = \int_2^{2\sqrt{2}} (-f(x)) dx + \int_{2\sqrt{2}}^{2\sqrt{3}} f(x) dx$ $\int_2^{2\sqrt{2}} (-f(x)) dx = \int_2^{2\sqrt{2}} \left(-x + \sqrt{16-x^2} \right) dx = \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x\sqrt{16-x^2}}{2} + 8\arcsin \frac{x}{4} \right) \Big _2^{2\sqrt{2}} = 2 - 2\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}$ $\int_{2\sqrt{2}}^{2\sqrt{3}} f(x) dx = \int_{2\sqrt{2}}^{2\sqrt{3}} \left(x - \sqrt{16-x^2} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x\sqrt{16-x^2}}{2} - 8\arcsin \frac{x}{4} \right) \Big _{2\sqrt{2}}^{2\sqrt{3}} = 6 - 2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$ $\mathcal{A} = 8 - 4\sqrt{3}$ și, cum $27 < 16\sqrt{3}$, obținem $\mathcal{A} < \frac{5}{4}$	2p 4p 2p
--	--

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

<i>Itemul de tip completare elaborat:</i> - menționarea competenței specifice evaluate - menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat - respectarea formatului itemului - elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) - corectitudinea științifică a informației de specialitate	1p 1p 2p 3p 3p
<i>Itemul de tip alegere multiplă elaborat:</i> - menționarea competenței specifice evaluate - menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat - respectarea formatului itemului - elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) - corectitudinea științifică a informației de specialitate	1p 1p 2p 3p 3p
<i>Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat:</i> - menționarea competenței specifice evaluate - menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat - respectarea formatului itemului - elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) - corectitudinea științifică a informației de specialitate	1p 1p 2p 3p 3p