

EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR
14 iulie 2026

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 2

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

THEMA I

(60 Puncte)

1. Gegeben ist die Folge $(a_n)_{n \geq 1}$, mit $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ und $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = \frac{(n-1)a_2 - (n-3)a_1}{2}$, für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl n .
- 7p a) Zeige, dass $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2}$.
- 8p b) Beweise, dass die Folge $(a_n)_{n \geq 1}$ eine arithmetische Folge ist.
2. Gegeben ist das Dreieck ABC mit $AB < AC$. Die Winkelhalbierende des Winkels BAC schneidet die Seite BC in dem Punkt D . Die Parallele, die durch den Punkt D zur Geraden AB geht, schneidet die Seite AC in dem Punkt E und die Parallele, die durch den Punkt D zur Geraden AC geht, schneidet die Seite AB in dem Punkt F .
- 7p a) Zeige, dass $\frac{BM}{BF} = \frac{CM}{CE}$, wobei M der Schnittpunkt der Geraden EF und BC ist.
- 8p b) Wenn $\frac{1}{AD} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$, beweise, dass das Maß des Winkels BAC gleich mit 120° ist.
3. Gegeben ist das Gleichungssystem
$$\begin{cases} ax + 2y + 6z = 6 \\ x + 2ay + 6z = b \\ x + 2y + 6az = -3 \end{cases}$$
, wobei a und b reelle Zahlen sind.
- 7p a) Bestimme die Menge der reellen Werte von a so, dass das System eine einzige Lösung hat.
- 8p b) Wenn $a = -2$ und das System lösbar ist, bestimme die Lösung $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ des Systems so, dass die Beziehung $3z_0^3 = 2y_0 - x_0 + b + 3$ gilt.
4. Gegeben ist die Funktion $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln^2 x}{1 + \ln^2 x}$.
- 7p a) Bestimme die Monotonieintervalle der Funktion f .
- 8p b) Bestimme die reelle Zahl a so, dass der Flächeninhalt der Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$, der Ox -Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x = e$ und $x = e^{\sqrt{3}}$ gleich mit $a - 1 + \sqrt{3}$ ist.

THEMA II

(30 Puncte)

Die folgende Sequenz ist Teil des Mathematik-Lehrplans für die VI-te Klasse.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VI-a

1.3. Identificarea caracteristicilor numerelor întregi în contexte variate

- Identificarea unui număr întreg în situații practice sau interdisciplinare (de exemplu: temperaturi, altitudini, golaveraje, debit/credit)
- Reprezentarea pe axa numerelor a opusului unui număr întreg; modulul ca distanță pe axa numerelor de la origine la reprezentarea numărului

- Identificarea unor contexte practic-aplicative sau teoretice care folosesc ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi	
2.3. Utilizarea operațiilor cu numere întregi pentru rezolvarea ecuațiilor și inecuațiilor - Compararea numerelor întregi, pornind de la reprezentările acestora pe axa numerelor - Ordonarea elementelor unei mulțimi finite de numere întregi - Utilizarea regulilor specifice pentru efectuarea operațiilor cu numere întregi: adunare, scădere, înmulțire, împărțire și ridicare la putere cu exponent natural - Validarea (prin probă) a soluției unei ecuații sau a unei inecuații în mulțimea numerelor întregi	
3.3. Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere întregi - Aplicarea unor proprietăți ale operațiilor cu numere întregi pentru optimizarea calculelor numerice - Utilizarea regulilor de calcul cu puteri (calcule numerice) - Utilizarea eficientă a metodelor de determinare a unei necunoscute dintr-o ecuație sau inecuație (metoda mersului invers, metoda balanței, transformări ale relațiilor de egalitate/inegalitate)	
4.3. Redactarea etapelor de rezolvare a ecuațiilor și a inecuațiilor studiate în mulțimea numerelor întregi - Formularea unor răspunsuri logice în raport cu cerințe de calcul numeric (corelații intradisciplinare; de exemplu: apartenența rezultatului unui calcul la o mulțime, estimarea rezultatului, utilizarea lui 0 ca factor în produse de numere) - Scrierea unei ecuații/inecuații echivalente cu o ecuație/inecuație dată - Redactarea demersului de rezolvare a unor ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi (inclusiv verificarea soluțiilor) - Transpunerea unei probleme într-o ecuație care se rezolvă în mulțimea numerelor întregi - Exprimarea unor caracteristici ale modulului, derivate din definiția acestuia ($x = a$, $x < a$, $x \leq a$, unde a și x sunt numere întregi)	
5.3. Interpretarea unor date din probleme care se rezolvă utilizând numerele întregi - Analizarea unor situații practice în care se utilizează numere întregi - Analizarea unor consecințe posibile ce decurg din modificarea unui set de ipoteze în probleme referitoare la numere întregi - Încadrarea soluției unei ecuații într-o mulțime de numere întregi, fără a efectua calcule	
6.3. Transpunerea, în limbaj algebric, a unei situații date, rezolvarea ecuației sau inecuației obținute și interpretarea rezultatului - Transpunerea unei situații date în limbaj matematic, utilizând ecuații sau inecuații - Formularea de probleme cu numere întregi pe baza unei scheme date sau a unui exercițiu dat - Formularea unor probleme echivalente cu o problemă dată în contextul numerelor întregi	

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Mulțimi. Numere.	3. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI • Mulțimea numerelor întregi; opusul unui număr întreg; reprezentarea pe axa numerelor; modulul unui număr întreg; compararea și ordonarea numerelor întregi • Adunarea numerelor întregi, proprietăți; scăderea numerelor întregi • Înmulțirea numerelor întregi, proprietăți • Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului • Puterea cu exponent număr natural a unui număr întreg nenul; reguli de calcul cu puteri • Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor • Ecuații, inecuații, probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/inecuațiilor în contextul numerelor întregi

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Für eine Bewertung am Ende der Lerneinheit „Die Menge der ganzen Zahlen“, erstelle anhand der Informationen aus der vorherigen Sequenz drei Aufgaben: eine Lückentextaufgabe, eine Multiple-Choice-Aufgabe und eine Problemlösungsaufgabe.

Bei der Erstellung der Aufgaben werdet ihr folgende Aspekte berücksichtigen :

- Nennung der zu bewertenden spezifischen Kompetenz;
- Nennung der Lernaktivität, in der die Aufgabe verwendet werden kann;
- Einhaltung des Formats der jeweiligen, erstellten Aufgabenart;
- Formulierung der erwarteten Antwort (Bewertungsskala);
- Die wissenschaftliche Korrektheit der Fachinformation.