

EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR
14 iulie 2026

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 2

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

I. FELADATSOR

(60 pont)

1. Adott az $(a_n)_{n \geq 1}$ sorozat, amelyben $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ és $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = \frac{(n-1)a_2 - (n-3)a_1}{2}$, bármely n nemnulla természetes szám esetén.
- 7p a) Igazolja, hogy $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2}$.
- 8p b) Bizonyítsa be, hogy az $(a_n)_{n \geq 1}$ sorozat egy számtani haladvány!
2. Adott az ABC háromszög, amelyben $AB < AC$. A BAC szög szögfelezője a BC oldalt D pontban metszi. A D ponton át az AB egyeneshez húzott párhuzamos az AC oldalt E pontban, míg a D ponton át az AC egyeneshez húzott párhuzamos az AB oldalt F pontban metszi.
- 7p a) Igazolja, hogy $\frac{BM}{BF} = \frac{CM}{CE}$, ahol M az EF és BC egyenesek metszéspontja!
- 8p b) Tudva azt, hogy $\frac{1}{AD} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$ igazolja, hogy a BAC szög mértéke 120° .
3. Adott az $\begin{cases} ax + 2y + 6z = 6 \\ x + 2ay + 6z = b \\ x + 2y + 6az = -3 \end{cases}$ egyenletrendszer, ahol a és b valós számok.
- 7p a) Határozza meg az a azon valós értékeinek halmazát, amelyekre az egyenletrendszernek egyetlen megoldása van!
- 8p b) Tudva azt, hogy $a = -2$ és az egyenletrendszer összeférhető, határozza meg az egyenletrendszer azon $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ megoldását, amelyre $3z_0^3 = 2y_0 - x_0 + b + 3$.
4. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln^2 x}{1 + \ln^2 x}$ függvény.
- 7p a) Határozza meg az f függvény monotonitási intervallumait!
- 8p b) Határozza meg az a valós számot, amelyre a $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x = e$ és $x = e^{\sqrt{3}}$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe $a - 1 + \sqrt{3}$.

II. FELADTSOR

(30 pont)

Az alábbiakban a VI. osztály matematika tantervének egy részlete látható.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VI-a

1.3. Identificarea caracteristicilor numerelor întregi în contexte variate

- Identificarea unui număr întreg în situații practice sau interdisciplinare (de exemplu: temperaturi, altitudini, golaveraje, debit/credit)
- Reprezentarea pe axa numerelor a opusului unui număr întreg; modulul ca distanță pe axa numerelor de la origine la reprezentarea numărului

- Identificarea unor contexte practic-aplicative sau teoretice care folosesc ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi	
2.3. Utilizarea operațiilor cu numere întregi pentru rezolvarea ecuațiilor și inecuațiilor - Compararea numerelor întregi, pornind de la reprezentările acestora pe axa numerelor - Ordonarea elementelor unei mulțimi finite de numere întregi - Utilizarea regulilor specifice pentru efectuarea operațiilor cu numere întregi: adunare, scădere, înmulțire, împărțire și ridicare la putere cu exponent natural - Validarea (prin probă) a soluției unei ecuații sau a unei inecuații în mulțimea numerelor întregi	
3.3. Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere întregi - Aplicarea unor proprietăți ale operațiilor cu numere întregi pentru optimizarea calculelor numerice - Utilizarea regulilor de calcul cu puteri (calcule numerice) - Utilizarea eficientă a metodelor de determinare a unei necunoscute dintr-o ecuație sau inecuație (metoda mersului invers, metoda balanței, transformări ale relațiilor de egalitate/inegalitate)	
4.3. Redactarea etapelor de rezolvare a ecuațiilor și a inecuațiilor studiate în mulțimea numerelor întregi - Formularea unor răspunsuri logice în raport cu cerințe de calcul numeric (corelații intradisciplinare; de exemplu: apartenența rezultatului unui calcul la o mulțime, estimarea rezultatului, utilizarea lui 0 ca factor în produse de numere) - Scrierea unei ecuații/inecuații echivalente cu o ecuație/inecuație dată - Redactarea demersului de rezolvare a unor ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi (inclusiv verificarea soluțiilor) - Transpunerea unei probleme într-o ecuație care se rezolvă în mulțimea numerelor întregi - Exprimarea unor caracteristici ale modulului, derivate din definiția acestuia ($x = a$, $x < a$, $x \leq a$, unde a și x sunt numere întregi)	
5.3. Interpretarea unor date din probleme care se rezolvă utilizând numerele întregi - Analizarea unor situații practice în care se utilizează numere întregi - Analizarea unor consecințe posibile ce decurg din modificarea unui set de ipoteze în probleme referitoare la numere întregi - Încadrarea soluției unei ecuații într-o mulțime de numere întregi, fără a efectua calcule	
6.3. Transpunerea, în limbaj algebric, a unei situații date, rezolvarea ecuației sau inecuației obținute și interpretarea rezultatului - Transpunerea unei situații date în limbaj matematic, utilizând ecuații sau inecuații - Formularea de probleme cu numere întregi pe baza unei scheme date sau a unui exercițiu dat - Formularea unor probleme echivalente cu o problemă dată în contextul numerelor întregi	

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Mulțimi. Numere.	3. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI • Mulțimea numerelor întregi; opusul unui număr întreg; reprezentarea pe axa numerelor; modulul unui număr întreg; compararea și ordonarea numerelor întregi • Adunarea numerelor întregi, proprietăți; scăderea numerelor întregi • Înmulțirea numerelor întregi, proprietăți • Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului • Puterea cu exponent număr natural a unui număr întreg nenul; reguli de calcul cu puteri • Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor • Ecuații, inecuații, probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/inecuațiilor în contextul numerelor întregi

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

A fenti részletben található információkat felhasználva az „Egész számok halmaza” tanulási egység zárófelmérőjére dolgozzon ki három itemet: egy feleletkiegészítő, egy feleletválasztós és egy feladatmegoldó típusú itemet!

Az itemek kidolgozásakor vegye figyelembe a következő szempontokat:

- a felméréndő sajátos kompetencia megnevezése;
- a tanulási tevékenység megnevezése, amelynek keretén belül alkalmazható az item;
- minden kidolgozott itemtípus formai követelményeinek betartása;
- a várható válasz kidolgozása (javítókulcs);
- a tartalom tudományos helyessége.